

## A emergência da Hipótese dos Mercados Fractais como aperfeiçoamento da Gestão de Riscos nos Mercados Financeiros

| Autores                     | Email                       |
|-----------------------------|-----------------------------|
| Carlos José Guimarães Cova  | cjcova@terra.com.br         |
| Maurício Corrêa de Souza    | mauriciocsouza@yahoo.com.br |
| Alexandre Paula Silva Ramos | aleramos@fgvmail.br         |

### RESUMO

*O presente artigo tem por objetivo apresentar uma visão crítica sobre os instrumentos de gerenciamento de risco de mercado. Para tanto, discorremos sobre a Moderna Teoria Financeira, paradigma que confere fulcro a grande parte dos mecanismos de mensuração e controle do risco de mercado, evidenciando a fragilidade de seus pressupostos reducionistas vis-à-vis a observação empírica das oscilações de preços de ativos e dos fenômenos mercadológicos. Como contraponto, apresentamos uma metodologia de análise de risco heterodoxa, balizada pela Hipótese dos Mercados Fractais, que visa entender o real comportamento dos preços dos ativos transacionados no Mercado Financeiro, por meio de uma análise mais apurada, calcada em hipóteses plausíveis e mais realistas. Após confrontar as duas teorias, concluímos que há necessidade de evolução do paradigma sustentado pela Moderna Teoria Financeira e que a Hipótese dos Mercados Fractais revela-se uma alternativa mais apropriada como ferramenta de gestão de risco, mormente em períodos de grande volatilidade do Mercado Financeiro, pelo fato de possibilitar uma melhor compreensão do movimento dos preços, a partir de premissas mais aderentes à realidade.*

Palavras-Chave: Mercados Fractais. Risco. Moderna Teoria Financeira. Mercado Financeiro.

### 1. INTRODUÇÃO

Apesar da existência de um profícuo arcabouço doutrinário acerca dos Mercados Financeiros, bem como da difusão de sofisticadas ferramentas operacionais para o gerenciamento de riscos de mercado e dos aparatos tecnológicos de processamento de dados, ainda não é possível evitar a ocorrência das crises financeiras, que insistem em se manifestar amiúde e cujos efeitos são potencializados em escala global. Os impactos de uma crise nas bolsas de valores promovem reações em cadeia na economia real, tais como retenção de custos, desemprego e queda do consumo das famílias, levando ao declínio na taxa de crescimento da atividade econômica e, por fim, a uma depressão econômica.

Recentemente, no ano de 2008, os créditos imobiliários de alto risco (também conhecidos por créditos *subprime*) foram os protagonistas de uma crise financeira mundial. Na economia global, a crise do *subprime*, como ficou conhecida, teve seu epicentro na bolsa norte-americana e seus impactos foram sentidos em vários lugares do mundo. Os governos das principais economias mundiais tiveram que adotar medidas de estímulo ao consumo, tais como a redução da taxa de juros, adoção de políticas fiscais expansionistas e, em alguns casos, a estatização de empresas em setores estratégicos com objetivo de reverter essa situação. Segundo pesquisa realizada pelo jornal suíço *NZZ am Sonntag*, em fevereiro de 2009, os aportes financeiros visando ao salvamento de instituições e investimentos em programas econômicos de 37 países já somavam quase 10 trilhões de dólares.

Com o advento dessa crise, várias bolsas de valores no mundo evidenciaram quedas bruscas. O Índice Bovespa brasileiro, em dois meses (de setembro a outubro de 2008), acumulou perdas de -32,5%. Especificamente no dia 15 de outubro de 2008, a BOVESPA

lançou mão, pela quinta vez no ano, do *circuit breaker*, interrompendo as negociações devido às fortes perdas, registrando queda de -11,40% ao final do pregão.

Registre-se que outras crises financeiras promoveram impactos significativos na economia. Em 31 de agosto de 1998, dez anos antes da crise do *subprime*, o índice norte americano *Dow Jones Industrial Average* evidenciou uma queda de -6,8%, fechando o mês com sucessivas quedas de -4,4% e -3,5%, respectivamente, nas duas semanas anteriores, potencializadas pelo colapso dos títulos russos, e marcando o início da Crise Russa. Em 19 de outubro de 1987, aproximadamente dezenove anos antes da crise do *subprime*, o mesmo índice *Dow Jones* sofreu uma queda de -29,2%, a maior baixa do século XX.

De acordo com Mandelbrot (2004), a estruturação da análise do risco de mercado envolve duas vertentes tradicionais de análise do Mercado Financeiro: a Análise Fundamentalista e Análise Gráfica ou Técnica.

A Análise Fundamentalista visa identificar a dinâmica geradora de um determinado comportamento dos preços. A principal crítica a esse modelo se traduz na suposta identificação das causas, que muitas vezes são desconhecidas ou mascaradas, como também podem ser interpretadas de inúmeras maneiras. Além disso, o gerenciamento do risco por uma análise retrospectiva restringe a amplitude da identificação de possíveis eventos novos, que podem desencadear uma variação dos preços.

Por sua vez, a Análise Técnica busca oferecer uma resposta para essa defasagem em relação aos riscos eminentes no mercado. A Análise Gráfica tenta identificar padrões reais ou possíveis no comportamento dos preços através de indicadores como volumes e os desenhos dos gráficos de uma série de preços, identificando suportes e resistências no gráfico de preços. Seu maior diferencial em relação à Análise Fundamentalista seria a captura da influência do fator emocional dos investidores pelos gráficos plotados.

Essas duas análises em questão foram constituídas a partir do conteúdo e hipóteses estruturadas pela denominada Moderna Teoria Financeira, cujo marco inicial foi estabelecido com o trabalho de Bachelier, em 1900, que aplicou conceitos matemáticos de probabilidade e de estatística para uma análise reducionista do Mercado Financeiro. Com o passar do tempo, outros trabalhos acadêmicos foram desenvolvidos a partir desses pressupostos, ao longo do Século XX. As hipóteses que foram formuladas eram pouco realistas, mas consolidaram o arcabouço teórico sobre as finanças, a despeito das evidências empíricas que muitas vezes as violavam.

Essas limitações e reduções da realidade, apesar de serem conhecidas, muitas vezes foram ignoradas por parte dos doutrinadores e pesquisadores na análise do risco de mercado, o que gerava insegurança com relação ao entendimento do que seria a real exposição ao risco.

A Moderna Teoria Financeira pode ser encontrada em grande parte dos livros de finanças, presentes nas ementas das disciplinas de qualquer escola de negócios e questões de prova em certificações de profissionais de Mercado Financeiro. Via de regra, quando se estuda finanças, grande parte dos programas tratam da Moderna Teoria Financeira propriamente dita ou, em casos avançados, tratam de algumas violações de suas hipóteses, reputando-as como “anomalias”.

Contudo, com o passar do tempo, as hipóteses e delimitações dos métodos de estudo foram desaparecendo na concepção das análises, e assim a Moderna Teoria Financeira assumiu um status dogmático, em virtude da disseminação de seu uso e a crença nos instrumentos desenvolvidos a partir dessa teoria. De forma sucinta, a Moderna Teoria Financeira abriga a suposição de que os movimentos de preços obedecem a um movimento

browniano e, por isso, podem ser explicados a partir de uma distribuição normal. Esta suposição e seus desdobramentos formaram a Hipótese dos Mercados Eficientes.

Assim, o *mainstream* do Mercado Financeiro optou pelo uso de uma venda tecida por instrumentos de análise úteis, porém frágeis empiricamente. Por exemplo, a probabilidade estimada pelas ferramentas estatísticas da Moderna Teoria Financeira de uma ruptura nas proporções vivenciadas em outubro de 1987 no mercado norte-americano era de um valor aproximado de um em 1050, ou seja, extremamente irrelevante e raro, e por essa razão, pouco estudado e compreendido.

Em 1963, Benoit Mandelbrot iniciou seus trabalhos para tentar compreender de maneira mais apurada o comportamento dos preços. Em seu trabalho intitulado “*The variation of certain speculative prices*”, Mandelbrot demonstrou que os comportamentos dos preços do algodão estavam distantes dos conceitos e do comportamento previstos pela Moderna Teoria Financeira. Desde então, Mandelbrot se dedicou ao estudo do comportamento dos preços criando uma nova forma de explicar sua dinâmica, por meio da análise do comportamento fractal dos mercados. Dessa forma, o problema que se apresenta é: a dinâmica fractal dos mercados é um elemento de análise mais apropriado para estabelecer os critérios de gerenciamento de riscos?

A suposição que anima este estudo é que o comportamento fractal dos mercados é capaz de permitir uma modelagem mais acurada que a Hipótese dos Mercados Eficientes para explicar os movimentos de preços.

## 2. UMA CARACTERIZAÇÃO DOS RISCOS DE MERCADO

A revista *Harvard Business Review*, de outubro de 2009, nos informa que, de todos os erros de gestão cometidos no período antecessor da crise financeira mundial (crise do *subprime*), os erros mais visíveis foram os erros de gestão de risco.

Segundo Bernstein (1997), “a palavra risco deriva do italiano antigo *riscare*, que significa ousar”. Adam Smith, *apud* Bernstein, acreditava que a inclinação humana a enfrentar riscos impelia o progresso econômico, embora temesse os resultados do descontrole dessa propensão. Essa tendência tem sido observada desde 3500 a. C., quando os habitantes do Egito antigo já se aventuravam em jogos de azar. Porém, os agentes do Mercado Financeiro não podem se permitir ficar à deriva, sob a égide da própria sorte. Faz-se necessário compreender as vicissitudes para subsidiar as decisões de investimento. Nesse afã, os matemáticos, economistas, psicólogos e outros percorreram uma verdadeira odisseia até que chegássemos à Hipótese dos Mercados Eficientes, à Moderna Teoria Financeira e às ferramentas atuais de para gerenciamento das incertezas.

A gestão de risco pode ser entendida como sendo o processo formal praticado pelas organizações para promover a efetiva identificação, mensuração e controle das exposições assumidas, e deve atender às demandas do controle interno da organização e exigências do regulador do mercado. Faz-se necessário ressaltar que a gestão de riscos não visa eliminar, mas administrar os riscos envolvidos nas diversas atividades, de forma a identificar e maximizar as potenciais oportunidades e mitigar os efeitos adversos. De acordo com Brito (2007) a gestão de riscos compreende as fases de identificação, análise, mensuração, divulgação e controle. Assim, podemos verificar que faz parte da atividade de gerência de riscos o conjunto de técnicas administrativas, financeiras e de engenharia que são empregadas para o apropriado dimensionamento dos riscos, com o objetivo de definir o tipo de tratamento a ser dispensado aos mesmos.

A identificação formal promove a formação de políticas e de uma estrutura hierárquica da gestão de risco; a mensuração é uma prática de quantificar e qualificar a exposição ao risco

em uma organização; e o controle visa evitar que a exposição ao risco se torne uma realidade que inviabilize a continuidade da organização.

As exposições ao risco das empresas estão associadas à possível volatilidade de seus ativos e passivos, gerando perdas econômicas ou financeiras. Kimura *et alii* (2008) afirmam que podemos segregar o risco empresarial em três grandes subconjuntos de ambientes de exposição aos riscos específicos da organização: riscos do negócio, riscos estratégicos e riscos financeiros.

Os riscos do negócio podem ser definidos como sendo aqueles assumidos de forma voluntária pela administração, especificamente por cada organização, em busca de vantagens competitivas perante seus pares. São os riscos de inovações, produtos destinados ao nicho de mercado específico, posicionamento de marca e precificação dos produtos.

Os riscos estratégicos são associados à mudança do cenário macroeconômico geral. São assumidos em razão do papel da organização no ambiente de negócio global, obtendo assim uma exposição que se situa fora da organização, sendo, portanto, riscos extremamente difíceis de mensurar e controlar. Porém, as grandes organizações são obrigadas a adotarem medidas para contornarem esses riscos em face de cenários adversos.

Os riscos financeiros são as exposições tomadas por oscilações de variáveis financeiras, tais como taxas de juros, preços de ações, taxas de câmbio, fraudes, inadimplências e outros riscos que afetem diretamente o fluxo de caixa da organização. Jorion, *apud* Lima (2007) classifica os riscos financeiros em cinco grandes grupos: risco de mercado, riscos de crédito, riscos de liquidez, riscos operacionais e riscos de *compliance* (ou legais).

Os riscos de mercado são aqueles relacionados com a probabilidade de perdas em virtude das oscilações dos preços dos ativos e passivos que compõem um portfólio. Podem ser classificadas como manifestações do risco de mercado as possíveis perdas decorrentes de uma flutuação adversa do valor do ajuste diário de mercado, como também a má estruturação de artifícios financeiros, como instrumentos de *hedge e swap*.

O risco de crédito é referente ao risco de *default* ou inadimplência da contraparte em uma relação de crédito. Ao adquirir um título de crédito, o investidor assume uma posição exposta ao risco de não cumprimento do contrato. Os principais riscos relacionados ao risco de crédito são os riscos de inadimplência, de deterioração de crédito e de garantia real.

Os riscos de liquidez podem se manifestar ou por meio de venda com deságio de ativos ou pela falta de recursos para saldar obrigações financeiras imediatas.

Os riscos operacionais são os riscos de perdas potenciais resultantes de falhas ou inadequações de processos internos, de sistemas, de pessoas ou eventos externos.

Por fim, os riscos de *compliance* ou legais são as perdas decorrentes dos descumprimentos das normas legais, que ensejam multas ou reparações.

Destacamos que existem múltiplas correlações entre essas tipologias de risco. Normalmente, a ocorrência de uma perda referente a um risco específico, tal como, por exemplo, o risco de crédito, pode desencadear perdas relativas em outras áreas, afetando a exposição ao risco de mercado.

Com a crise da dívida externa na década dos anos 1980 (principalmente causada pelo excesso de liquidez internacional do período anterior ao 2º choque do petróleo, em 1979), os órgãos reguladores mundiais se reuniram para restringir o montante de exposição ao risco que cada instituição pode assumir com objetivo de evitar o risco de contágio de perdas sistêmicas no Mercado Financeiro. Este risco de contágio pode ser entendido como o risco das

interconexões das instituições no âmbito global. Dessa forma, perdas potenciais em uma parte do globo poderiam causar efeitos devastadores no mundo financeiro em geral.

No evento oficialmente denominado *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*, ou Acordo de Basiléia I firmado em 1988, emergiu a necessidade de fiscalização e preocupação com a alavancagem das instituições financeiras, buscando evitar o risco de crédito.

Em 1996, através da Emenda 1996, estenderam-se os padrões mínimos de capital estipulados em Basiléia I para o risco de mercado. Desde então, os ativos ponderados pelo risco são dados pela soma das exigências de capital sobre os riscos de crédito e de mercado.

Contudo, as medidas adotadas em Basiléia I não evitaram o alto número de falências de instituições financeiras na década de 1990, pressionando uma revisão do acordo. Ao longo da década de 1990, ocorreram processos de formalização do gerenciamento de risco de mercado das grandes instituições financeiras, mas o processo ainda não era padronizado para todas as instituições.

Em 2004, em resposta a esse quadro, o órgão normativo Comitê da Basiléia reestruturou e substituiu o acordo de Basiléia I de 1988, fixando três pilares (capital mínimo requerido, revisão no processo de supervisão e disciplina de mercado) e 25 princípios básicos sobre contabilidade e supervisão bancária. Esse conjunto de pilares e princípios foi chamado de Basiléia II.

Conforme ensina Pereira (2006), o primeiro pilar, que é referente ao capital mínimo requerido, estimula as instituições financeiras a provisionarem recursos próprios para cobrir os riscos de crédito e risco operacionais. A revisão no processo de supervisão (segundo pilar) nos remete à ideia de controle da adequação das necessidades de capital com relação às exposições de risco assumidas. O terceiro pilar tem objetivo de disciplinar o mercado através de transparência bancária com relação aos riscos assumidos.

A metodologia do risco de mercado foi se estruturando por meio das diretrizes de Basiléia que estabelecem o montante de perda máxima ao longo de dez dias de negociação com nível de confiança de 99%. Essas normas direcionaram para uma metodologia comum, o *Value at Risk*, ou *VaR*.

O *VaR* é uma técnica usada para estimar a probabilidade das perdas máximas, em termos monetários, de um portfólio de ativos. O *VaR* é uma técnica baseada em análise estatística, dado um grau de confiança e um horizonte de tempo definido. Historicamente, o JP Morgan foi um dos primeiros bancos a empregar essa metodologia, que, a partir das definições de Basiléia, se propagaram no ambiente do Mercado Financeiro.

A metodologia do *VaR* parte dos mesmos princípios estruturados durante anos pela Moderna Teoria Financeira, que utiliza-se de simplificações da realidade para prover o Mercado Financeiro de instrumentos mais práticos para a manipulação dos dados e estimação dos riscos. Essa metodologia não consegue refletir as perdas em eventos extremos, pois, como está fundamentado na curva normal, assume que os fatos ocorrem conforme essa distribuição sugere. Porém, na cauda dessa distribuição, a probabilidade de ocorrência é residual, de forma que são desprezados alguns eventos que são mais frequentes no mundo real. O *VaR*, como é fundamentado na distribuição normal, despreza os eventos extremos e subestima suas ocorrências. As evidências empíricas sugerem que existem falhas graves no paradigma dominante na gestão de riscos.

### 3. OS QUESTIONAMENTOS AO PARADIGMA DOMINANTE NA MODERNA TEORIA FINANCEIRA

Mesmo antes de a Hipótese dos Mercados Eficientes tornar-se amplamente consolidada, algumas exceções ao pressuposto da normalidade já estavam sendo verificadas. Nesse sentido, Peters (1991) relata que, ainda em 1964, Osborne constatou uma anomalia quando tentava plotar um gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição dos retornos. Ele notou que a distribuição apresentava curtose mais elevada, ou seja, possuía uma cauda mais “gorda” que uma distribuição normal, embora na ocasião não tivesse dado destaque para este fato. Desde 1964, quando Cootner publicou seu trabalho, já era bastante constatada a existência de um comportamento de caudas “gordas” na distribuição de mudanças de preços, fato que ensejou um duradouro debate que se estendeu ao longo dos dez anos seguintes. Peters (1991) assinala que Mandelbrot, também em 1964, sugeriu que a distribuição dos retornos poderia pertencer a uma família de distribuições Paretianas estáveis, que se caracterizam por possuírem variância indefinida ou infinita. Na época isto foi considerado um anátema, mas o futuro demonstrou que Mandelbrot estava mais perto do verdadeiro comportamento dos mercados.

À medida que os novos testes de normalidade foram se sucedendo, o paradigma dominante ia sofrendo novos abalos. Um ano após essa sugestão de Mandelbrot, Fama realizou um estudo sobre os retornos diários, que assinalou um comportamento da distribuição de frequência negativamente assimétrico, ou seja, com frequência da moda superior à da mediana e a frequência desta última superior à da média. Adicionalmente, Fama constatou que as caudas da distribuição eram mais “gordas” do que deveriam ser, caso a distribuição fosse normal, bem como o “pico” em torno da média era mais alto do que o previsto. Confirmando esta evidência, também Sharpe em seu livro texto editado em 1970, *Portfólio Theory and Capital Markets*, quando comparava os retornos anuais com a curva normal, verificou que valores extremos ocorriam numa frequência maior do que poderia se verificar numa distribuição normal. Mais recentemente, Turner e Weigel *apud* Peters (1994) realizaram um extenso estudo sobre o comportamento da volatilidade dos retornos diários do índice S&P, no período compreendido entre 1928 e 1990, constatando resultados similares aos encontrados por Fama e Sharpe.

Estes estudos ofereceram amplas evidências no sentido de que os retornos de títulos nos mercados de capitais não são normalmente distribuídos. Não obstante, se os retornos não forem normalmente distribuídos, então boa parte da análise estatística, em especial aquela que se vale de coeficientes de correlação, fica bastante comprometida e pode levar a alguns resultados equivocados. Ademais, em virtude dessas circunstâncias, a idéia de que ocorre um passeio aleatório nos preços das ações também fica enfraquecida.

Ocorre que a HME era necessária para justificar o fato de que as mudanças de preços seguem um passeio aleatório, pois esta suposição não se sustenta sem aquela hipótese, embora este relacionamento não seja reversível. Na realidade, a suposição de passeio aleatório era necessária para que se pudesse empregar com eficácia o ferramental estatístico para analisar as mudanças nas séries temporais de preços. Por sua vez, se houvesse o desejo de que a Teoria do Portfólio tivesse aplicação no mundo real, então seria preciso lançar mão do instrumental estatístico. Talvez esta tenha sido a principal justificativa para o fato de que as evidências de não normalidade tenham sido largamente ignoradas nessa fase áurea da HME. Sem a suposição de normalidade, um vasto corpo de teoria e experimentação empírica seria questionado, ao mesmo tempo em que a noção tradicional do *trade-off* risco-retorno não seria necessariamente aplicável.

Ignorar as evidências num ambiente de pesquisa séria não é uma questão de opinião apenas. É uma impossibilidade, cuja insistência remete seus defensores mais para o fanatismo

irrefletido do dogma do que para o panteão da ciência. O fato é que a doutrina passou a assinalar as situações nas quais o comportamento dos mercados se afastava da situação de *fair game*. Tais situações foram designadas pelo epíteto de “anomalia de mercado” e passaram a ser conhecidas por designações mais prosaicas, tais como “efeito janeiro” ou “efeito das pequenas firmas” ou ainda, “efeito baixo P/L”. À medida que o volume e a extensão dessas anomalias iam surgindo como resultado de novos experimentos empíricos, aumentava o número de sugestões no sentido de que o paradigma predominante requeria alguns ajustes, que levassem essas anomalias em consideração.

Não obstante, talvez a questão principal a ser considerada tivesse relação com a maneira pela qual as pessoas tomam decisões, pois a HME é fortemente dependente da suposição da atuação de investidores racionais. Essa racionalidade poderia ser definida como sendo a capacidade com que os agentes avaliariam os títulos com base em todas as informações disponíveis, de tal forma que os preços refletiriam este acordo entre os agentes por intermédio dos mercados. Em particular os investidores teriam aversão ao risco. Nesse sentido, poderíamos questionar: seriam as pessoas racionais, com base nessa definição, em termos agregados? Ou ainda: quando os agentes são postos diante de situações de ganhos ou perdas, suas reações se alteram?

A resposta para estas duas indagações começou a ser dada a partir dos trabalhos de Tversky e Kahneman. Em particular, Kahneman (2003) assinalou que, quando os agentes se encontravam em situações nas quais houvesse a possibilidade de ocorrer uma perda certa ou uma perda provável, mas de mesmo valor esperado que a anterior, eles se tornavam mais propensos ao risco, escolhendo a alternativa que envolvia probabilidade. Além disso, entre um ganho certo e outro provável, embora de mesmo valor esperado que o anterior, os agentes preferem o ganho certo. Ambos os resultados contradizem a idéia de racionalidade da teoria majoritária. Ademais, Kahneman também investigou como os agentes tomam decisões sob condições de incerteza. A Hipótese de racionalidade afirma que as crenças e probabilidades subjetivas dos agentes são acuradas e não tendenciosas. Não obstante, as pessoas têm uma tendência muito comum de realizar predições com excesso de confiança. Uma solicitação de esforço cerebral impõe uma tomada de decisão com a maior precisão possível, ainda que o cérebro não tenha recebido informação suficiente. Dessa forma, um decisor ao considerar um determinado cenário como sendo o mais provável, dadas as probabilidades subjetivas estimadas, pode agir com excesso de confiança e eventualmente até desprezar informações relevantes disponíveis que não se ajustem ao cenário escolhido. Esse comportamento se afasta da Hipótese de racionalidade.

Peters (1991), após analisar o extenso trabalho de Kahneman, passou a acreditar que os agentes necessitam de alguma confirmação empírica para proceder à tomada de decisão. Assim, os agentes não devem reagir a uma tendência até que ela esteja bem estabelecida. Os agentes estariam menos dispostos a alterar as suas previsões acerca do futuro, ao menos que eles recebessem suficientes informações que confirmassem que o ambiente de fato havia mudado. Este comportamento é completamente diferente daquele previsto pela Hipótese de racionalidade que sustenta o *mainstream* da Teoria Financeira. Essa constatação implica que os investidores não reagem às informações à medida que elas surgem, o que, por sua vez, implica que os mercados não são eficientes na forma sugerida por Fama, pois os preços não estão refletindo a cada momento as novas informações disponíveis. Muitas delas são momentaneamente ignoradas, mas a reação vem depois. Assim, se for confirmada a noção de que os investidores não reagem de forma linear em face das novas informações recebidas, a natureza do comportamento dos mercados financeiros pode ser bastante distinta daquela que a doutrina majoritária tem caracterizado. Existem alternativas para esta ambigüidade. O paradigma corrente do comportamento dos mercados está baseado na Hipótese de Eficiência

do Mercado e num relacionamento linear de causa e efeito. Aos poucos começa a emergir um novo paradigma, no qual o mercado é tratado como uma entidade complexa, caracterizado por um comportamento de sistema interdependente. Embora essa complexidade ofereça vastas possibilidades de investigação e interpretação, suas respostas não surgem tão facilmente.

A Teoria Fractal aos poucos foi se impondo como um contraponto aos dogmas criados pela teoria financeira mais ortodoxa, com o propósito de oferecer uma visão mais realista acerca do funcionamento do Mercado Financeiro. Embora considere que a ortodoxia financeira concebeu modelos válidos, a Teoria Fractal denuncia o excesso de redução da realidade em suas premissas, que são simplificações inaceitáveis para o grau de desenvolvimento tecnológico de processamento de dados e das engenharias exóticas praticadas no mercado.

Não obstante, para um melhor entendimento da perspectiva fractal, e de suas aplicações no Mercado Financeiro, faz-se necessário desmontar os pressupostos que sustentam a teoria ortodoxa.

Os principais pressupostos que sustentam a teoria ortodoxa foram descritos por Mandelbrot (2004) como sendo: (i) racionalidade dos agentes, (ii) expectativas homogêneas de investimento, (iii) continuidade da mudança de preços e (iv) o movimento browniano descreve o movimento dos preços.

Podemos considerar que esses pressupostos são frágeis se compararmos com a realidade. Preliminarmente, as pessoas não agem puramente com a razão. Segundo Ariely (2008), não importa o quão experientes sejamos, sempre que estamos sob tensão ou excitação, nossas emoções assumem um papel preponderante no processo de tomada de decisão, e nos conduzem a decisões irracionais. Somente esta constatação já seria suficiente para violar a primeira premissa ortodoxa. De fato, existe um ramo de estudo em finanças que trabalha com a interação dos agentes no Mercado Financeiro e os fatores que influenciam no momento da tomada de decisão, conforme visto nos trabalhos de Kahneman.

Outra simplificação da Moderna Teoria Financeira assume que os agentes são iguais, com o mesmo horizonte de investimento e vão atuar da mesma maneira ao se depararem com uma nova informação. Ora, os indivíduos não são iguais, e muito menos investem nas mesmas empresas, ou possuem a mesma visão de mundo.

No Mercado Financeiro existem operadores denominados *day traders*, que realizam operações com horizonte de um dia, se relacionando em um mesmo ambiente com gestores de fundos de *private equity* com estratégias de longo prazo, em média de cinco a sete anos. Logo, esse pressuposto é fraco, e incorporá-lo no modelo não trará a sensibilidade necessária para uma análise fidedigna da formação de preços no mercado.

Para poder fazer um tratamento das séries históricas dos preços, foi preciso assumir que as variações dos preços são praticamente contínuas. Esse pressuposto pode ser visto como resquício das equações da termodinâmica incorporadas às finanças por Bachelier, que tratou a variação das ações no mesmo processo de variação gradual da temperatura. Na teoria, as cotações evoluem suavemente para o novo valor, mas na prática, os preços “saltam” tanto para cima quanto para baixo. Mandelbrot (2004) nos informa que 80% dos agentes operadores do mercado cambial tendem a cotar os preços em números redondos, terminados em 0 ou 5, “saltando” os preços intermediários.

Assim como a continuidade suave das variações de preços, o movimento browniano foi incorporado dos modelos da física. Assumir o movimento browniano implica em adotar três argumentos em finanças: (i) as mudanças de preços são independentes umas das outras, (ii) *estacionaridade* estatística, ou seja, os fatores que influenciam as mudanças de preços se

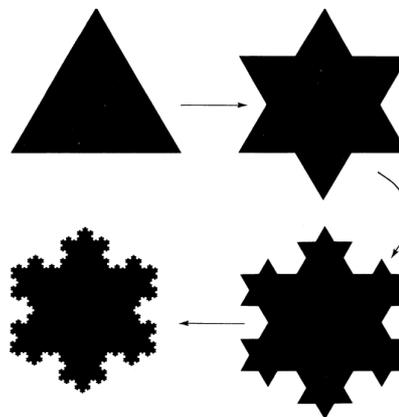
mantêm inalterados ao longo do tempo, (iii) as mudanças de preços seguem uma distribuição normal.

Fama e French (1988) escreveram um estudo sobre anomalias sobre o comportamento das ações, onde foram identificadas correlações de desempenhos passados. No estudo, aproximadamente 10% dos desempenhos positivos dos títulos em uma década vinham acompanhados de desempenhos negativos nas décadas seguintes. Com passar dos anos novos estudos foram surgindo sobre tendências no mercado, desarticulando o pensamento que as variações dos preços são independentes.

Os preços não se comportam como uma distribuição normal. A estrutura em formato de sino com poucas chances de ocorrência de eventos extremos não reflete o real risco das oscilações abruptas do Mercado Financeiro. As probabilidades irrisórias de ocorrência de crise financeiras da magnitude que vivemos são as provas empíricas que aceitar esse argumento é vender-se para os reais riscos do Mercado Financeiro.

#### 4. A ALTERNATIVA FRACTAL

Mandelbrot (2004) define a geometria fractal como sendo um tipo especial de variância ou simetria que relaciona o todo com suas partes, ou seja, o todo pode ser dividido em partes menores, sendo estas a imagem do todo. A Figura 1 nos apresenta uma formação fractal típica:



**Figura 1:** Fractal do tipo Curva de Koch.  
Fonte: Barcellos (1984)

Os fractais de estruturas menos elaboradas, cujas mudanças de escala se manifestam de maneira proporcional em toda estrutura, são chamados de auto-similares (ou *self-similar*). Os fractais que mudam de escalas em direções diversas são chamados de auto-afins (ou *self-affine*). Estes são parecidos com o comportamento dos preços. Já os objetos fractais em que as escalas variam em várias maneiras diferentes são chamados de *multifractais*.

A análise pela ótica fractal trata do desenvolvimento de uma geometria capaz de descrever um comportamento irregular com objetivo de identificar repetidos padrões. Esses padrões podem surgir sob vários aspectos, por exemplo, aumentando ou diminuindo escalas, ou se mostrando distorcidos, ou até mesmo espremidos e inclinados.

A elaboração de um objeto fractal é constituída de duas etapas: em primeiro lugar, há um objeto base, normalmente uma figura simples, nomeada de iniciador. Posteriormente, acrescenta-se um padrão intitulado de gerador, que irá atribuir características do padrão da figura.

Ao observar as figuras da geometria fractal, podemos perceber que existe uma similaridade entre as partes com o todo, independente da escala em que se observa o objeto. Essa característica descreve o comportamento fractal regido pela Lei de Potência. A Lei de Potência permite visualizar alterações de padrões de comportamento que se repetem em inúmeras escalas de tamanho da figura. A Lei de Potência caracteriza-se pela probabilidade de medição de alguma quantidade ou valor, que varia exponencialmente com essa quantia.

Vamos considerar uma unidade de segmento de reta. Se triplicarmos seu tamanho (isso quer dizer que estamos expandindo com fator magnificador por três) nós chegamos ao segmento que contem o equivalente aos três segmentos lado a lado. Considerando um quadrado, se o expandirmos pelo fator três, ou seja, triplicando seus lados, temos um quadrado de área nove, o que é equivalente a  $3^2$ . Portanto, se elevarmos ao cubo a terceira potência, teremos 27 componentes congruentes.

A Lei de Potência clássica foi inicialmente descoberta por Vilfredo Pareto em estudos sobre distribuição de renda. Nesse estudo, Pareto descreveu os níveis de renda em um eixo, e no outro, o número de pessoas com determinadas rendas. Descobriu então, que a distribuição de renda não se dava por uma inclinação suave, em diversas escalas compondo uma “pirâmide”; de fato, a sociedade se comportava como uma “seta”.

Esses dados mostraram que a curva normal não descrevia o processo de distribuição da riqueza na sociedade, pois os pontos do gráfico não estavam dispersos uniformemente. Esse fato implica dizer que a distribuição de renda não é um fenômeno de variáveis aleatórias.

A identificação da Lei de Potência nas séries de preços de ativos no Mercado Financeiro se deu por intermédio de Benoit Mandelbrot. Em 1961, quando ele estava prestes a realizar uma apresentação em Harvard sobre seu estudo descritivo sobre o comportamento da distribuição de renda na sociedade, que se descrevia por meio de uma Lei de Potência, assim como nos estudos de Pareto, Mandelbrot se deparou com gráfico e padrões muito semelhantes ao que iria apresentar logo mais no quadro-negro da sala do professor anfitrião Hendrik S. Houthakker.

Mandelbrot se surpreendeu ao descobrir que o gráfico descrito de Houthakker não tinha a menor correlação sobre distribuição de renda, e sim, sobre o histórico do preço do algodão. Houthakker havia compartilhado com Mandelbrot a dificuldade de se analisar os preços do algodão pela métrica tradicional da Moderna Teoria Financeira. Dizia Houthakker, que a volatilidade não era constante, e cada novo dado de preço alterava substancialmente a dispersão da amostra. De posse dos registros dos preços do algodão, Mandelbrot, então funcionário da IBM, começou um estudo de processamento de dados, culminando no trabalho intitulado *The variation of certain speculative prices* de 1963. Nesse trabalho, Mandelbrot, com auxílio do processamento computacional, descrevera que os comportamentos dos preços do algodão estavam distantes de uma distribuição normal, e identificando padrões na série de preços regidos por uma similaridade definida por Lei de Potência.

Ao analisar os dados dos preços do algodão, Mandelbrot identificou que esses preços não se comportavam como previsto na teoria de Bachelier. Assim como identificado por Houthakker, a cada adição de um novo dado a variância mudava erraticamente, atribuindo uma volatilidade não prevista pelo modelo da teoria ortodoxa financeira. Mandelbrot identificou ainda que grandes quantidades de pequenos movimentos de preços geravam poucos grandes saltos, descrevendo assim uma Lei de Potência.

Mandelbrot, em sua análise, identificou ainda que a distribuição dos retornos dos preços do algodão seria mais bem descrita por uma distribuição alfa-estável. As distribuições “estáveis”, desenvolvidas por Paul Levy, em 1925, combinam a distribuição gaussiana (curva normal) com a curva de *Gauchy*. A curva gaussiana acomoda as variáveis aleatórias de forma

que nenhum valor, por mais extremo que seja, condicione ou modifique as características da distribuição. Por outro lado, dados extremos plotados na curva de *Gauchy* ditam o comportamento da curva, atribuindo caudas gordas à distribuição.

Levy permaneceu entre esses dois aspectos, desenvolvendo uma distribuição que é dita como “estável”, pois as mudanças nos parâmetros não alteram a forma da curva, mas ao inserir dados extremos a distribuição eleva a probabilidade desses eventos, acomodando grandes flutuações.

De forma geral, as distribuições “L-estáveis” são generalizações do Teorema Central do Limite para a soma das variáveis aleatórias. Ao contrário da distribuição gaussiana, as distribuições “estáveis” não estimam, no segundo momento, se as variáveis serão finitas ou não, abstraindo do Teorema Central do Limite essa questão. Podemos dizer que a distribuição é estável caso a soma das variáveis possua a mesma distribuição das variáveis individualmente, caracterizando uma Lei de Potência.

As distribuições estáveis não são caracterizadas por uma fórmula, e sim, por quatro parâmetros:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ . O parâmetro  $\alpha$  refere-se à estabilidade ou expoente característico, variando entre 0 e 2;  $\alpha = 2$  corresponde a uma distribuição gaussiana. O  $\beta$  significa assimetria e varia entre -1 e 1.  $\gamma$  e  $\delta$  são, respectivamente, os parâmetros de escala e de locação.

O parâmetro  $\alpha$  determina a altura das caldas da distribuição e a curtose na locação  $\gamma$ . Dessa maneira, quanto menor for  $\alpha$ , mais grossas serão as caudas da distribuição, permitindo flutuações maiores. As distribuições alfa-estáveis possuem caudas grossas quando  $\alpha < 2$ . Caso  $\alpha < 1$  e  $\beta = \pm 1$ , as distribuições são monocaudais.

A partir da métrica  $\alpha$ , Mandelbrot conseguiu estimar o tamanho da exposição ao risco dada à volatilidade do ativo. O  $\alpha$  em questão, permite identificar o quanto a distribuição se afasta de uma distribuição normal, e assim obter uma sensibilidade mais apurada do risco de mercado da oscilação do ativo. Em outras palavras, o  $\alpha$  é uma medida de inclinação que retrata a dimensão fractal.

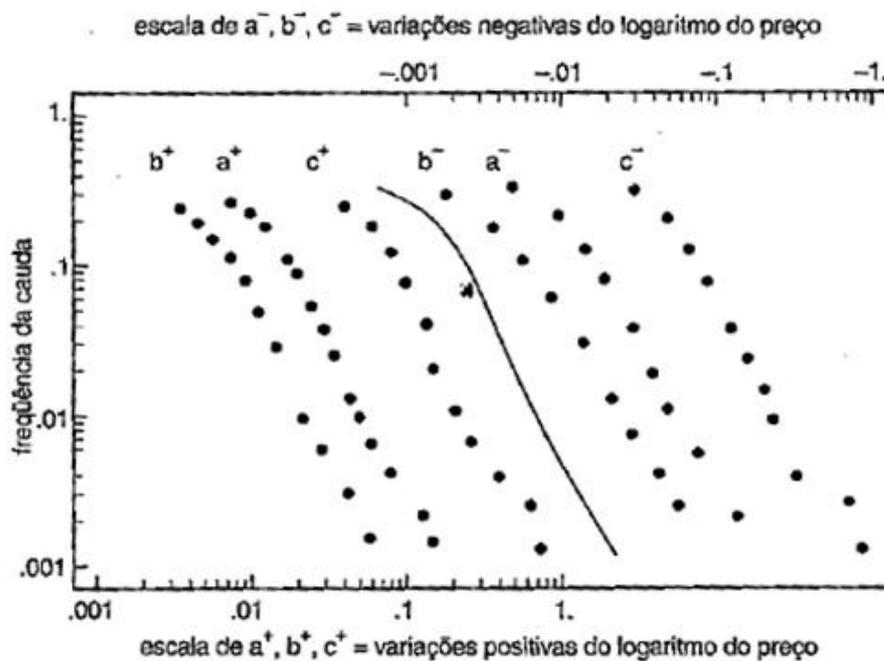
A dimensão fractal é a medida que identifica a relação de quantos objetos auto-similares magnificados podem ser contidos no objeto original. Caso a correlação mostre uma linha reta, então existe uma Lei de Potência que explica a correlação. A dimensão fractal permite a identificação da existência de Lei de Potência, dada pela relação:

$$P = n^D \quad (1)$$

Onde, P são peças auto-similares; n é fator de magnificação ou Lei de Potência que rege a geometria; e finalmente D a dimensão fractal. Resolvendo em função de D temos (BATISTA, 2006):

$$D = \frac{\log(P)}{\log(n)} \quad (2)$$

Nos estudos dos preços do algodão, Mandelbrot correlacionou em escalas logarítmicas, o tamanho das mudanças nos preços (escala horizontal) e a frequência de cada mudança (escala vertical), representadas na Figura 2:



**Figura 2:** Dimensão fractal, estudos de preço do algodão.  
Fonte: Mandelbrot (2004)

Dessa forma, Mandelbrot calculou a inclinação da linha reta, o  $\alpha$ , de -1,7, negativo devido à característica descendente da linha. Por convenção o  $\alpha$  não pode ser negativo, então denominamos de 1,7; menor do que o  $\alpha$  da distribuição normal ( $\alpha = 2$ ), indicando uma Lei Potência.

Para Mandelbrot, faltava ainda uma métrica que estimasse o grau de correlação e persistência da Lei de Potência nas séries temporais. O arcabouço teórico-matemático para isso foi emprestado pela metodologia empregada por Harold E. Hurst, que entre 1951-1956 publicou três estudos discorrendo sobre suas pesquisas da série histórica do rio Nilo para o dimensionamento de um reservatório, que permitisse a região do Nilo suportar os períodos de secas.

Nesse estudo, Hurst identificou que a amplitude entre as máximas e mínimas registradas do rio Nilo expandiam-se por uma Lei de Potência de 0,73 do desvio-padrão; diferentemente do que se imaginava se fosse assumido que as “cheias” e “secas” eram meras variáveis aleatórias (no caso 0,5 do desvio-padrão). Nesses estudos, Hurst identificou uma “dependência” nas seqüências de eventos (cheias ou secas) do rio Nilo, sendo as cheias precedidas de outras cheias, e as baixas ocorrendo em períodos consecutivos de baixas. De fato, para Hurst o importante era identificar a recorrência dos eventos dados os níveis de metros cúbicos já presentes no rio, fazendo assim um reservatório que não transbordasse.

Mandelbrot já havia identificado esse comportamento persistente nas séries de preços do algodão. Dessa forma, Mandelbrot adaptou a metodologia de cálculo de persistência de Hurst nas análises de preços dos ativos.

Mandelbrot então intitulou o expoente H, em homenagem a Hurst, para identificar uma eventual persistência em séries de preços. Se H for maior que 0,5 (medida do movimento browniano) verifica-se uma evidência de um movimento persistente da série temporal. Por outro lado, se H for menor do 0,5, é uma demonstração de que o preço tende a ter movimento anti-persistente, ou seja, o preço tende a oscilar de maneira oposta à penúltima oscilação.

Assim, Mandelbrot desenvolveu duas ferramentas matemáticas de análise da “fractalidade” em séries temporais: o  $\alpha$  da distribuição e o expoente H. Dessa forma, temos o  $\alpha$  como sendo uma medida de grandeza de quão arriscado é o ativo (quanto menor for o  $\alpha$ , mais “gordas” serão as extremidades da distribuição); e o expoente H indicando a existência de persistência, e assim, uma Lei de Potência específica, diferente do apresentado nas distribuições normais, identificando o comportamento do preço dos ativos.

Mandelbrot (2004), para efeito didático, nomeia os efeitos evidenciados pelo  $\alpha$  da distribuição e pelo expoente H como sendo, respectivamente, o Efeito Noé e o Efeito José. A analogia alude aos efeitos de  $\alpha$  sentidos na distribuição, como sendo a grande inundação citada na Bíblia (o Dilúvio e a Arca de Noé), representando, em finanças, as quedas críticas e imprevisíveis do Mercado Financeiro que distanciam a distribuição normal. Já o Efeito José pode ser traduzido pelo movimento persistente dos períodos de vacas gordas e de vacas magras, ou seja, os movimentos de dependência duradoura de altas e de baixas nos preços. Destarte, Mandelbrot desenvolveu uma nova métrica estatística de análise não-paramétrica segregando esses dois efeitos, chamado de *rescaled range analysis*, ou análise R/S.

De fato, esses efeitos indicam que H é igual a  $1/\alpha$ . Na hipótese de H ser igual a 0,5 significa um movimento browniano (ou seja, distribuição normal); se H igual a 0,5,  $\alpha$  é igual a 2 (curva normal).

Mandelbrot enfatiza que essa correlação entre efeitos Noé e José desencadeia a ruptura dos preços. Por exemplo, após uma tendência gradativa de alta do preço de um ativo, a ruptura subsequente pode ser mais rápida. Assim, um efeito José pode desencadear um efeito Noé.

Esses efeitos foram identificados em alguns trabalhos acadêmicos, como o estudo de Ribeiro *et alii* (2002) intitulado “Estrutura Fractal em Mercados Emergentes”, em 2002. Nesse estudo com os principais índices de mercado dos países em desenvolvimento, foi identificado que os mercados emergentes apresentaram valores de  $\alpha$  menores do que observados em mercados desenvolvidos.

Devido ao seu caráter mais realista do entendimento do Mercado Financeiro, a teoria fractal proporcionou um crescimento de material teórico ao longo dos anos. Peters (1994) sintetizou o desenvolvimento da Hipótese de Mercados Fractais, que se contrapõe à HME, base da Moderna Teoria Financeira, desenvolvida por Fama. De acordo com Peters, a Hipótese de Mercados Fractais (HMF) possui as seguintes premissas: (i) o mercado bursátil é composto inúmeros indivíduos com grande número de horizontes de investimentos diferentes; (ii) a informação impacta de maneira diferenciada os individuais horizontes de investimento; (iii) a estabilidade do mercado de maneira ampla se dá na mesma proporção de sua liquidez (estabilidade de demanda e oferta, a liquidez no mercado é válida a partir do momento em que os investidores com diferentes horizontes de investimento interagem entre si); (iv) os preços são a resultante da combinação das estratégias de análise técnica de curto-prazo com análise fundamentalista de longo-prazo; e (v) se o ativo não tem qualquer vínculo com o ciclo econômico, então não haverá tendência de longo-prazo (dessa forma, as análises de curto prazo e liquidez são importantes para a avaliação dos ativos com vínculo com o ciclo econômico).

De acordo com Weron (2000), a HMF tem como objetivo fornecer um modelo que comporte o comportamento do investidor e os movimentos dos preços do ativo em momentos de instabilidade no mercado. Peters descreve que, em períodos de estabilidade, a HME e o CAPM funcionam razoavelmente bem, mas em momentos de instabilidade e caos do mercado, as regras se alteram enfraquecendo a análise ortodoxa dos mercados.

Podemos observar que a HMF introduz a idéia de heterogeneidade do horizonte de investimento, se aproximando dos princípios das finanças comportamentais sobre a individualidade dos investidores da irracionalidade dos agentes no momento da tomada de decisão.

## 5. CONCLUSÕES

Segundo John Maynard Keynes, *apud* Bernstein (1997), “quando o desenvolvimento do capital de um país se torna subproduto das atividades de um cassino, o serviço provavelmente será malfeito”. Apesar de todo o seu requinte, a observação empírica expõe a fragilidade dos pressupostos da Moderna Teoria Financeira. As crises econômicas recorrentes e a incapacidade de prevê-las e evitar as grandes perdas decorrentes põem em xeque a aptidão do modelo atual de gestão de risco, evidenciando a necessidade de aperfeiçoamento do modelo.

Nesse contexto, a análise fractal emerge como uma alternativa apropriada, por fornecer maior robustez aos elementos de gestão de risco, a partir de premissas mais verossímeis. O entendimento apurado das oscilações do Mercado Financeiro e de identificações de padrões de persistência nas séries históricas permite a criação de políticas eficazes na identificação do risco de mercado, assim como uma refinada métrica da quantificação da exposição ao risco, conferindo maior precisão no controle dos riscos assumidos.

Destarte, tomando por base os elementos de convicção supramencionados, concluímos que nossa suposição inicial de que o comportamento fractal dos mercados é capaz de permitir uma modelagem mais acurada que a Hipótese dos Mercados Eficientes para explicar os movimentos de preços foi ratificada.

Adicionalmente, recomendamos que os agentes do mercado atentem mais diligentemente para o tema, revisitando suas bases e promovendo o aperfeiçoamento da metodologia empregada para controle dos riscos assumidos. Vale ressaltar a urgência dessa revisão, em virtude das recentes crises que levaram o capitalismo à beira de um colapso e impuseram severas perdas a investidores, instituições financeiras e nações.

Embora nossa suposição tenha sido confirmada, o presente estudo não esgota o assunto, mas abre espaço para discussão e desenvolvimento de novas pesquisas. Portanto, sugerimos a realização de novos estudos sobre a aplicação da Teoria dos Fractais aos Mercados de Capitais de diferentes países, a fim de verificar se os retornos realmente seriam mais bem descritos pela distribuição alfa-estável ou distribuição fractal.

## 6. REFERÊNCIAS

- ARIELY, D.** Predictably Irrational: The Hidden Forces That Shape Our Decisions. New York: Harper, 2008.
- BARCELLOS, A.** The fractal dimension of Mandelbrot. *The College Mathematics Journal*, 15(2), 1984, pp. 98-114.
- BATISTA, C.** Métodos Emergentes de Física-Estática Aplicados a Series Temporais. Dissertação de Mestrado. Departamento de Estatística e Informática. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2006.
- BERNSTEIN, P. L.** Desafio aos Deuses - A Fascinante História do Risco. Tradução: Ivo Korylowski. Rio de Janeiro: Elsevier, 21 ed. 1997.
- BRITO, O. S.** Gestão de Riscos: uma abordagem orientada a riscos operacionais. – São Paulo: Saraiva, 2007.
- GESTÃO de Risco no novo Mundo. **Revista Harvard Business Review**, São Paulo, v. 87, nº10, out. pp. 47-54, 2009.

- KAHNEMAN, Daniel.** Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics. The American Economic Review, December 2003, pp. 1449 – 1473.
- KIMURA, H. et alii.** Value-at-Risk: como entender e calcular o risco pelo VaR: Uma contribuição para a gestão no Brasil. – Ribeirão Preto: Inside Books, 2008.
- LIMA, I. S., et alii.** Curso de Mercado Financeiro – Tópicos Especiais. São Paulo: Atlas, 1 ed. 2 reimpr. 2007.
- MANDELBROT, B. & HUDSON, R. L.** Mercados Financeiros Fora de Controle. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.
- PEREIRA, J. M.** Gestão do Risco Operacional: Uma avaliação do novo acordo de Capitais – Basiléia II. Revista Contemporânea de Contabilidade, ano 03, v.1, nº6, Jul/Dez, 2006, pp. 103-124.
- PETERS, E. E.** Chaos and Order in the Capital Markets: a New View of Cycles, Prices, and Market Volatility. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- PETERS, E. E.** Fractal Market analysis: applying chaos theory to investment and economics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- RIBEIRO, T. & LEAL, R.** Estrutura Fractal em Mercados Emergentes. Relatórios COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2002, pp. 97-108.
- Swissinfo.ch: Notícias da Suíça para o mundo.** Governos gastam quase US\$ 10 trilhões com a crise. Disponível em:[http://www.swissinfo.ch/por/specials/crise\\_financeira/Governos\\_gastam\\_quase\\_US\\$10\\_trilhoes\\_com\\_a\\_crise.html?cid=846172](http://www.swissinfo.ch/por/specials/crise_financeira/Governos_gastam_quase_US$10_trilhoes_com_a_crise.html?cid=846172). Acesso em 23 de Julho de 2010.
- WERON, A. & WERON, R.** Fractal Market Hypothesis and Two Power-Laws. Chaos, Solitons and Fractals, pp.289-296, Elsevier, 2000.